

Presisjonsmåling med standardutstyr

Inge Revhaug og Øyvind Grindheim

Vitenskapelig bedømt (refereed) artikkel

Inge Revhaug and Øyvind Grindheim: Precision surveying with standard instruments.

KART OG PLAN, Vol 70, pp. 9–17, P.O.B. 5003, NO-1432 Ås, ISSN 0047-3278

Due to construction works, a pillar was to be removed. On this pillar, there had been collected satellite observations over a period of many years. Therefore, we decided to measure a local net with one millimeter accuracy (i.e. standard deviation) to connect to a replacement pillar. We were using a Sokkia SET 2100. We also measured with Topcon GNSS receivers. The satellite vectors were computed in Leica GEO Office. Most of the computations were done «manually» in Mathcad for the terrestrial observations. Results are presented.

The net of GNSS vectors were adjusted both in three dimensional space and by transformation to azimuth, distance and height difference. These two computing methods gave almost exactly the same results, with a maximum difference in the coordinates of 0.1 to 0.2 millimeter.

To simplify the computations we used a local Gauss- Krüger projection. This way map projection corrections may be avoided. Also, a tilted datum was introduced. Instead of correcting observations for the deflection of the vertical, the ellipsoid was tilted. Coordinates are transformed between the tilted and the original datum with rotation matrices.

Key words: Precise surveying. Local map projection. Deflection of the vertical.

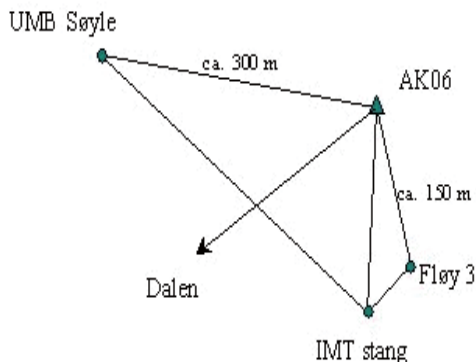
Inge Revhaug: Professor. Department of mathematical sciences and technology, Norwegian university of life sciences, P.O.B. box 5003, NO-1432 Ås. E-mail: inge.revhaug@umb.no

Innledning

Et nett på UMB ble presisjonsmålt med totalstasjon (Sokkia SET 2100) i 2005. Kjernen av nettet er vist i figur 1 og består av 4 punkter. I tre av punktene er det betongsøyler. Søylen er utstyrt med en enkel form for tvangssentrering. Søylen er UMB Søyle, AK06 og Fløy 3. Punktet IMT stang er til støtte for bestemmelsen med målte retninger (vinkler).

Målingene ble utført av Øyvind Grindheim og Inge Revhaug som del av Grindheim sin masteroppgave. Mer omfattende manuell beregning er utført senere.

UMB Søyle, AK06 og Fløy3 er nær ideelle punkter for bruk av satellitter. Det ble i tillegg til totalstasjon både målt statisk med satellittmottakere (Topcon Legacy) i søylene og regnet vektorer. Måletid i punktene var fra 2 til 4 timer. Satellittvektorene ble regnet i Leica SKI-Pro. I utgangspunktet ble dette gjort som en kontroll og støtte til totalstasjonsmålingene.



Figur 1 viser kjernen i nettet som ble målt. Dalen er fjernpunkt og ligger omtrent 2,4 km fra AK06. Figuren angir kun retning til Dalen. IMT stang er kun tilsiktet.

Bakgrunn

Bakgrunnen for dette arbeidet var at søyla til stamnettspunktet AK06 på taket av Sør-

hellingabygget på UMB skulle fjernes fordi bygningen ble kraftig renovert og påbygd i høyden. En erstatningssøyle ble da satt opp på et annet bygg, Fløy 3. Avstanden mellom AK06 og Fløy 3 er nær 150 meter.

I AK06 er det registrert lange serier med måledata (GPS). For å ha mulighet til å koble tidsseriene som er målt på AK06 med framtidige målinger er det nødvendig å kjenne relativ posisjon for de to søylene. Framgangsmåten som ble valgt for å finne denne var å kjøre to lange, samtidige tidsserier med satellittmålinger på AK06 og Fløy3. I tillegg ble det utført en uavhengig innmåling med totalstasjon. Denne artikkelen omhandler innmåling med totalstasjon. Satellittvektorer ble tatt med for kontroll. Ved å benytte fundamentalt forskjellige metoder vil vi få en kontroll av de systematiske effekter og feil som måtte forekomme.

De to gjenværende søylene UMB Søyle og Fløy 3 er stabile og greit tilgjengelige punkter. En presis fastlegging av posisjonen for disse er også nyttig for framtidige målinger.



Figur 2. Søyle med tvangssentrering.

Problemstilling – utstyr og metode

Målsettingen med prosjektet var å benytte eget utstyr til å måle og regne et presist nett. For nøyaktigheten ligger det da begrensninger i både utstyr og metode. Dette gav følgende problemstillinger:

- Var det mulig å oppnå ønsket nøyaktighet i Fløy 3. Vi hadde målsetting om standardavvik under 1 millimeter på koordinatene.
- Vi målte med statisk GPS til kontroll. Fokus var på totalstasjon, men vi ønsket å sammenligne resultatene.

- Håndtering av to måledatum. Det er et datum for satellitt og et annet datum for totalstasjon.

Vi hadde til disposisjon en relativt enkel standard type totalstasjon. Hypotesen var at vi med den ved a) å kalibrere avstandsmåleren før og etter målingene og b) måle et stort antall helsatser (det ble 9) ville klare sub millimeter standardavvik på koordinatene til Fløy 3.

En forutsetning for å oppnå ønsket resultat var å benytte betongsøylar med tvangssentrering og på den måten redusere sentreringsusikkerheten til størrelsesorden 0.1–0.2 millimeter. Tvangssentreringen er enkel med sirkulært hull og tilpasset festeskruer. Konstruksjonen vises i figur 2. De to gjenværende søylene er vist i figurene 3 og 4. Søylene i AK06 er nå revet.

Det finnes god standard programvare for å utføre beregningene som omfattes av dette prosjektet. For å utnytte datamaterialet best mulig og for å få ekstra nøyaktige beregninger er det likevel regnet manuelt. Informasjonen i datamaterialet utnyttes da maksimalt ved å estimere standardavvik fra de enkelte måleserier og vekte ut fra estimerte standardavvik.

For regning av terrestriske målinger brukes en modifisert utgave av datum Euref89. AK06 er fundamentalkpunkt. Ellipsoiden er



Figur 3. UMB søyle på fjell. Bildet er tatt mot Sørhellinga med AK06 på taket til venstre, mellom stolpe og tre.

GRS80 som i Euref89, men den orienteres ut fra loddlinjens retning. Orienteringen gjøres slik at tangerende plan til geoide og til ellipsoide er parallelle under AK06. Plasseringen av ellipsoiden gjøres slik at ellipsoidisk høyde i AK06 blir den samme i lokalt system som i Euref89. Fra Euref89 til det lokale datumet er da ellipsoiden flyttet og rotert tilsvarende loddavviket. Dette lokale datumet kalles i fortsettelsen *lokalt tyngdeorientert datum*. Innenfor et begrenset område, der loddavviket kan antas konstant, vil regning mellom de to datum kunne gjøres ved romlig rotasjon rundt AK06.

For å slippe kartprojeksjonskorreksjonene velges en lokal Gauss-Krüger projeksjon med origo lagt slik at koordinatene for AK06 blir 500 meter i nord og øst. Dette er gjort for å unngå negative koordinatverdier. Innenfor et 2x2 kilometer område symmetrisk om projeksjonsaksen er maksimale kartprojeksjonskorreksjoner beregnet til å være i størrelsesorden 0.02 millimeter på avstand og 0.002 milligon på retning. Dette ligger godt under målenøyaktigheten.

For satellittmålingene ble det benyttet tilsvarende lokal kartprojeksjon i datum Euref89. Referanseellipsoidene skjærer hver-



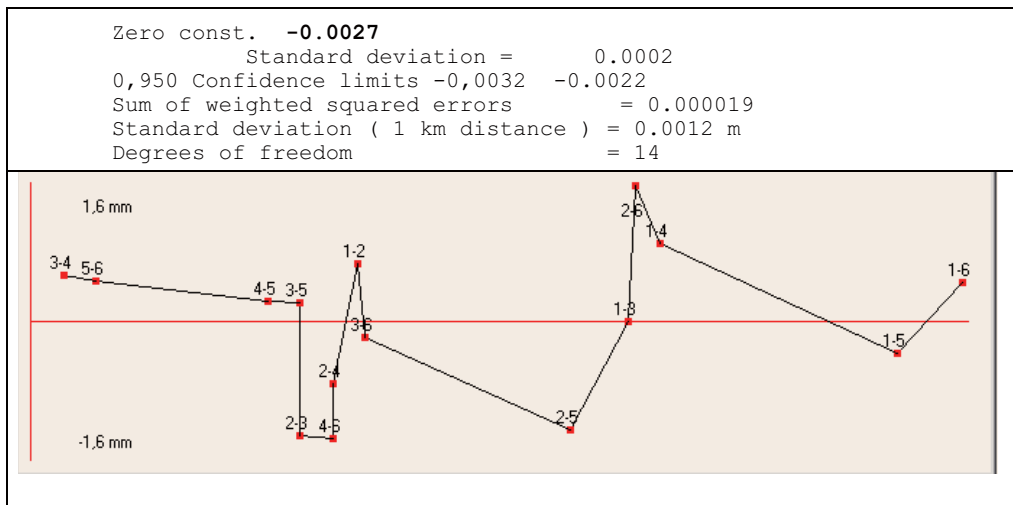
Figur 4. Søyle på Fløy3. Øyvind Grindheim monterer antenne.

andre nær AK06 i en vinkel lik loddavviket i AK06.

Kalibrering av avstandsmåler

Avstandsmåleren er kalibrert før og etter måleprosjektet. Kalibreringen er utført på NLH-basis. Kalibrering er nødvendig for å ha kontroll og for å oppnå målenøyaktighet på avstand i størrelsesorden en millimeter. Figur 5 viser resultatene fra en kalibrering:

Kalibrering 8. juli 2005. (Øyvind Grindheim) Sokkia SET 2100 nr. 401.



Figur 5. Eksempel på kalibreringsresultat med grafisk framstilling av residualer. Residualene ligger innenfor +/-1,6 millimeter. Korteste avstand er mellom søylene 3-4 på vel 40 meter, lengste 1-6 er nær 1250 meter. Avstandene øker mot høyre.

En kalibrering 15. oktober i 2005 ga nullpunktsfeil $-3,2$ millimeter. Sammen med resultatet fra målingene 8. juli og et antall kalibreringer i forbindelse med studentmålinger ble middelverdien $-2,8$ millimeter.

Feil i målestokk og kortperiodiske feil ble ikke påvist. Samme barometer og termometer ble for øvrig brukt gjennom hele prosjektet, både på kalibreringsbasis og ved måling av nettet.

Måledata – totalstasjon

Helsatser horisontalt

Sokkia SET 2100 er en rimelig totalstasjon med $0,2$ milligon (2^c) oppløsning i avlesningen av sirkelene. Det ble målt i 3 stasjoner 6 forskjellige dager, se tabell 1.

Tabell 1. Helsatser horisontalt målt med Sokkia SET 2100 nr. 401.

Stasjon	Dato	Antall retninger	Antall satser	Antall frihetsgrader	Estimert standardavvik retning. Milligon	Estimert standardavvik for retning i middelsats. Milligon
AK06	13.07.2005	5	3	8	0.44	0.26
AK06	14.07.2005	6	3	10	0.63	0.36
AK06	05.09.2005	6	3	10	0.46	0.26
Fløy 3	06.09.2005	3	9	16	0.71	0.24
UMB S.	07.09.2005	3	9	16	0.48	0.16
UMB S.	12.11.2005	3	9	16	0.52	0.17

Det ble målt fra 3 til 9 helsatser på en dag. Det er tre oppstillinger i AK06, to i UMB søyle og en i Fløy 3. Det er flere retninger enn figur 1 viser. Det ble målt til punkter i nærområdet (Tp Dalen, Tp NLH og et prismefeste). Nøyaktigheten er estimert ut fra samtlige målte retninger i stasjonsutjevninger.

Målenøyaktigheten for en retning i en middelsats ble i stasjonsutjevningene estimert til å være fra $0,44$ milligon (13.07.2005) til $0,71$ milligon (06.09.2005). Siden horisontalsirkelen står fast i instrumentet er ikke sirkelen dreid mellom satsene. Standardavvikene i tabell 1 antas derfor å være noe underestimerte. Ved gjentatt måling på samme sted på sirkelen blir det ikke tatt hensyn til sirkeldelingsfeil.

Fri utjevning ble kjørt basert kun på retninger. Estimert standardavvik for en retning i en helsats ble der $0,76$ milligon. Motsigelsene som kommer til uttrykk i feilkvadratsummen ved en fri utjevning inkluderer feilkilder i tillegg til de som påvirker stasjonsutjevningene. Eksempler på slike feilkilder er sentreringsusikkerhet og systematiske feil. Som gjennomsnittsverdi ble derfor $0,76$ milligon vurdert som mest representativt.

Avstander

Avstander ble målt sammen med lufttrykk og lufttemperatur spredt i tid mellom retningssatsene.

Tabell 2. Målte avstander mellom AK06 og Fløy 3.

Fra	Til	Dato målt	Antall målinger	Ellipsoidisk avstand i meter	Estimert standardavvik for en måling i millimeter
AK06	Fløy 3	13.07.2005	3	146.4035	0.3
AK06	Fløy 3	14.07.2005	3	146.4024	0.4
AK06	Fløy 3	05.09.2005	3	146.4036	0.2
Fløy 3	AK06	06.09.2005	8	146.4033	0.3

Tabell 3. Målte avstander mellom AK06 og UMB Søyale.

Fra	Til	Dato målt	Antall målinger	Ellipsoidisk avstand i meter	Estimert standardavvik for en måling i millimeter
AK06	UMB S.	13.07.2005	3	307.5110	0.3
AK06	UMB S.	14.07.2005	3	307.5111	0.6
AK06	UMB S.	05.09.2005	3	307.5101	0.3
UMB S.	AK06	07.09.2005	9	307.5095	0.8
UMB S.	AK06	20.09.2005	11	307.5099	0.4

Estimert standardavvik for en måling ble regnet ut på grunnlag av målingene i en serie målt på samme dag fra samme oppstilling til samme punkt. Spredningen i middeltallene omregnet til ellipsoidisk avstand er større enn standardavvikene fra enkeltseriene skulle tilsi. Spredningen i middeltallene antyder et standardavvik på en avstandsmåling i overkant av en millimeter.

Signifikant forskjell på estimerte standardavvik for enkeltserier og totalt for alle dager må skyldes feil som er konstante i serien. Det fins flere mulige slike feilkilder. Eksempelvis kan nevnes feil i sentrering (liten her), variasjon i prismekonstant, feil i orientering av prisme mot avstandsmåler, variasjon i oppvarming av avstandsmåleren etc. Vi brukte Sokkia APS12 prisme, men ikke samme prisme hver gang.

For de endelige middeltallene for de to ellipsoidiske avstandene er estimerte standardavvik 0,2–0,3 millimeter.

Høydeforskjeller

Høydeforskjeller ble regnet ut fra målte vertikalkvinkler og presenteres her i tabell 4 og 5.

Tabell 4. Høydeforskjell mellom AK06 og Fløy 3.

Fra	Til	Dato målt	Høydeforskjell i meter
AK06	Fløy 3	13.07.2005	-13.6035
AK06	Fløy 3	14.07.2005	-13.6035
AK06	Fløy 3	05.09.2005	-13.6044
Fløy 3	AK06	06.09.2005	13.6011

Tabell 5. Høydeforskjell mellom AK06 og UMB Søyale.

Fra	Til	Dato målt	Høydeforskjell i meter
AK06	UMB S.	13.07.2005	-14.2465
AK06	UMB S.	14.07.2005	-14.2468
AK06	UMB S.	05.09.2005	-14.2467
UMB S.	AK06	07.09.2005	14.2461

I målingene mellom UMB Søyale og AK06 den 07.09.2005 var det en grov feil i måling av siktehøyde (1 centimeter). Denne feilen ble rettet. I høydebestemmelsen kan spredningen i høy grad skyldes usikkerhet ved måling av instrument- og siktehøyder. Størst spredning er det mellom AK06 og Fløy 3 på 3,3 millimeter. Mellom UMB Søyale og AK06 er spredningen 0,7 millimeter. Det ble for øvrig brukt sikteskive for måling av horisontale retninger og vertikalkvinkler.

Måledata – satellitt

Det ble målt statisk med Topcon Legacy i de tre sentrale punktene Fløy 3, AK06 og UMB Søyale, se figur 1. Uavhengige vektorer ble målt langs kantene til trekanten, gitt ved de tre punktene. Det ble målt 3 vektorer i 2005 og en fjerde til kontroll i 2006. Det ble kun brukt to mottakere om gangen. Måletid var mellom 2 og 4 timer og det ble brukt 10 eller 15 sekunders tid mellom hver registrering.

I tillegg ble det målt til et punkt Dalen for å gi en felles orienteringsretning for totalstasjonsmålingene. For innpassing i landsnettet ble det målt vektorer til noen av de nærmeste landsnettpunktene med Ashtech Z12 og Ashtech Dimension.

Kringkastede banedata (broadcast ephemerides) ble brukt ved regning av vektorene. Ved å holde fast stamnettpunkt AK06 med sine koordinater og la de beregnede vektorene bestemme orienteringen, vil referanserammen ha en orientering gitt av WGS84. Vektorene ble regnet i Leica Ski Pro 3 og i Leica Geo Office.

Søylene AK06, UMB Søyle og Fløy 3 er plassert åpent og høyt med mest mulig åpen horisont Plasseringen er valgt slik at forholdene for måling med satellitt skulle være best mulige.

dene for måling med satellitt skulle være best mulige.

Resultater

Koordinater for AK06

Utgangspunktet for koordinatene gitt i tabell 6 er AK06 i datum Euref89 med UTM sone 32 koordinater. I tabell 6 er de gitt i 4 forskjellige former. De geografiske-, geosentriske- og lokale koordinatene er regnet ut fra UTM sone 32 koordinatene.

Tabell 6. Koordinater for AK06.

EUREF89 UTM sone 32	Geografisk Bredde, lengde og høyde	Geosentrisk	Lokal projeksjon (Gauss Krüger)
N = 6615663.8880	B = 59° 40' 1.101703"	x = 3172302.8002	x = (N =) 500.0000
Ø = 600113.2530	L = 10° 46' 37.819995"	y = 603839.3216	y = (Ø =) 500.0000
H = 156.3360	H = 156.3360	z = 5481967.5978	H = 156.3360

Det er i Euref89 datum valgt et origo og Gauss-Krüger projeksjon, slik at koordinatene for AK06 får de runde verdiene $x = 500$, $y = 500$. Origo ligger da i punktet med geografiske koordinater: Lengde = 10° 46' 05.882371", Bredde = 59° 39' 44.945743".

Til regning mellom de forskjellige koordinatene i tabell 6 er det brukt formler for gaussisk projeksjon og formler for regning av geosentriske koordinater. Formlene for gaussisk projeksjon er utledet ved rekkeutvikling. For utledning av formelene vises til Mathisen [1]. For regning mellom geosentriske- og geografiske koordinater fins formelene utledet i Leick [2]. Det ble brukt egenutviklet programvare. Rekkeutvikling med endelig antall ledd medfører at vi må forvente økende feil med økende avstand fra referansemeridianen. I følge Mathisen [1] vil rekke holde millimeter nøyaktighet ved 3° lengdeforskjell fra aksene. (Se side 37 og side 44 i [1]).

Statisk GPS

Vektorene ble regnet på to alternative måter. Den ene metoden var romlig i kartesisk tredimensjonale koordinater og den andre i lokalt kartplan med omdannede vektorer.

Romlig regning av satellittvektorene er den enkleste metoden for rene vektornett. Ligningene i en utjevning blir enkle. For vektoring kan variansmatrisene fra Leica Geo Office/Ski Pro benyttes direkte. Resultatene i geosentriske koordinater regnes om til geografiske koordinater se formler i Leick [2], for så å omsettes til koordinater i kartplanet, se Mathisen [1]. Ønskes variansmatrisen i høyde og grunnriss må den transformeres med rotasjonsmatriser.

Begge alternative metoder ga i praksis samme resultat. I koordinatene ble det differanser på opp til 0.1–0.2 millimeter og estimerte standardavvik ble like. Derfor begrenses dokumentasjonen fra den romlige utjevningen til kun å vise koordinater for Fløy 3 i tabell 7.

Koordinater for Fløy 3

Tabell 7. Fløy 3 sine koordinater fra romlig utjevning av satellittmålingene.

Geosentrisk	Geografisk	Lokalt kartplan
x = 3172409.4575	Bredde = 59° 39' 56.519791"	x (N) = 358.2120
y = 603896.7402	Lengde = 10° 46' 40.148873"	y (Ø) = 536.4801
z = 5481884.2425	Høyde = 142.7303	

Regning med omdannede vektorer (til retningvinkel, avstand og høydeforskjell eller vertikalvinkel) er vanlig i Norge. Dette er prinsipielt likeverdig med romlig utjevning.

Variansmatrisene fra Leica Geo Office/Ski Pro ble lagt til grunn for vektingen. Estimerte koordinater i lokal projeksjon finnes i tabell 8.

Tabell 8. Koordinater med standardavvik fra utjevning i kartplanet i lokal projeksjon, regnet med omdannede vektorer.

Punkt	x (N) meter	sx millimeter	y (Ø) meter	sy millimeter	El. høyde meter	sh millimeter
Fløy 3	358.2119	0.6	536.4801	0.4	142.7302	1.1
UMB S.	552.6648	0.8	197.0316	0.5	142.1083	1.5
Dalen	-840.3167	2.9	-1544.0964	1.8	137.8045	5.5

Resultatene fra satellittvektorene ser svært bra ut. Det er små uoverensstemmelser mellom vektorene og standardavvikene på koordinatene for Fløy 3 og UMB Søyde er alle under 1 millimeter i grunnriss med totalt 6 frihetsgrader (overbestemmelser) i utjevningen.

På grunn av korrelasjon i observasjonene blir estimert nøyaktighet for satellittvektorene for god i Leica Geo Office/Ski Pro. I utjevningene ble estimert standardavvik for vektsenheten omlag 12. Siden variansmatrisene er benyttet til vektingen antyder dette at variansmatrisene bør multipliseres med 144 (kvadratet av 12). Dette har imidlertid ingen betydning for standardavvikene sx, sy og sh i tabell 8 fordi disse er basert på de små uoverensstemmelsene i vektorene. Dette er en type uoverensstemmelser som vi alltid har i måldata.

Terrestriske målinger

Beregningene ble basert på lokale koordinater gitt for AK06 i tabell 6. Orienteringen av nettet ble gjort ved hjelp av punktet Dalen. Som beskrevet i avsnittet «Problemstilling – utstyr og metode» ble det innført et eget lokalt tyngdeorientert datum for totalstasjonsmålingene. Dette datumet ble definert slik at AK06 får samme koordinater både i lokal projeksjon i Euref89 og i lokal projeksjon i lokalt datum.

Forutsetningen for å benytte et lokalt tyngdeorientert datum er at loddavviket kan antas konstant i alle oppstillinger. Alternativet er å korrigere terrestriske målinger for loddavvikets innvirkning i hver enkelt oppstilling.

Ut fra gitte ortometriske- og ellipsoidiske høyder i de nærmeste av Statens kartverk sine punkter i stam- og landsnett ble loddavviket i AK06 estimert til:

Tabell 9. Estimerte verdier for loddavviket i AK06 i Euref89.

Regnet fra	Nord ξ milligon	Øst η milligon
Nærliggende kjentpunkt (1)	-0.76	2.65
Direkte fra HREF (2)	-0.5	2.1

Verdiene direkte fra HREF ble regnet av Gunstein Dalane.

Trekantpunkt Dalen fikk litt andre koordinatverdier i den loddlinjeorienterte referanserammen (lokalt tyngdeorientert datum) enn i lokal projeksjon i Euref89. Tabell 10 viser koordinatene i lokal projeksjon regnet ut med loddavviksverdiene estimert fra nærliggende kjentpunkt (1).

Tabell 10. Koordinater for trekantpunkt Dalen i lokalt tyngdeorientert datum.

Punkt	X	y	El. høyde
Dalen	-840.3168	-1544.0958	137.7476

I grunnriss er det i praksis ingen betydning hvilke av de to verdiene for loddavviket som benyttes. Største koordinatdifferanse mellom alternativene (1) og (2) var 0.2 millimeter i y. Dalen ble kun benyttet som orienteringspunkt og avstanden AK06 til Dalen er nær 2445 meter, rundt åtte ganger avstanden AK06 til UMB Søyde. Endringen er bety-

delig i høyde, med 12 millimeter, men Dalens høyde ble ikke benyttet i beregningene.

Med de terrestriske måledataene ble det regnet koordinater der AK06 i lokal Gauss-

Krüger projeksjon (tabell 6) og Dalen (tabell 10) var gittpunkter. Tabell 11 viser gittkoordinater for AK06 og resulterende koordinater for Fløy 3 og UMB Søyale:

Tabell 11. Koordinater i loddlinjeorientert referanseramme (lokalt tyngdeorientert datum).

Punkt	x (N) meter	sx millimeter	y (Ø) meter	sy millimeter	El. høyde meter	sh millimeter
AK06	500.000	0	500.000	0	156.336	0
Fløy 3	358.2143	0.4	536.4790	0.9	142.7330	0.6
UMB S	552.6640	2.0	197.0331	0.4	142.0901	0.9

Koordinatene i tabell 11 ble regnet om til lokal Gauss-Krüger projeksjon i datum Euref89. Ved transformasjonen roteres koordinataksene mot loddavviket. Avhengig av hvilke verdier som benyttes for loddavviket fås litt forskjellige koordinatverdier. Tabell 12 a og 12 b viser endringer i koordinatverdiene ved regning til lokal Gauss-Krüger projeksjon i datum Euref89. Fra lokalt tyngdeorientert datum til lokal projeksjon i Euref89 adderes verdiene i tabellene til koordinatene i tabell 11.

Tabell 12 a. Koordinatendringer ved loddavvik estimert fra nærliggende kjentpunkt (1).

Punkt	x(N) millimeter	y(Ø) millimeter	El. høyde millimeter
Fløy 3	0.2	-0.6	-3.2
UMB S	0.2	-0.6	13.2

Tabell 12 b. Koordinatendringer ved loddavvik regnet direkte fra HREF (2).

Punkt	x(N) millimeter	y(Ø) millimeter	El. høyde millimeter
Fløy 3	0.1	-0.4	-2.3
UMB S	0.1	-0.5	10.4

På grunn av moderate høydeforskjeller blir endringene i grunnriss ikke store. Både Fløy 3 og UMB Søyale ligger omtrent 14 meter lavere enn AK06. For ellipsoidisk høyde er derimot virkningen betydelig også mellom de to alternative loddavviksverdiene.

Verdiene i tabell 12 a passet best med resultatene fra satellittvektorene og er brukt i det følgende

Sammenligning av koordinater

Differansen mellom koordinatene regnet med satellittvektorene og totalstasjonsmålingene ble overraskende store. Tabell 13 viser differansene mellom koordinater regnet fra terrestrisk målinger minus tilsvarende koordinater regnet fra GPS vektorene.

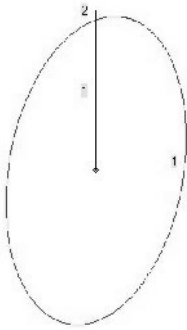
Tabell 13. Koordinatdifferanser i lokal projeksjon, Euref89. (Totalstasjon minus satellitt.)

Punkt	Delta x millimeter	Delta y millimeter	Delta høyde millimeter
Fløy 3	2.6	-1.7	-0.4
UMB Søyale	-0.7	0.9	-5.0

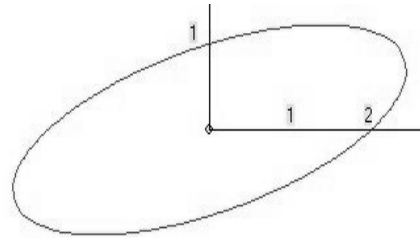
For å gi et grunnlag for å vurdere koordinatdifferansene i tabell 13 er konfidensellipser for Fløy 3 vist i figurene 6 og 7. Aksene langs siden er x (nord) og horisontal på siden y (øst). Verdiene på aksene er i enhet millimeter.

Ut fra koordinatdifferansene i tabell 13 skal sentrum i konfidensellipsen i figur 6 plasseres 2.6 millimeter nord for og 1.7 millimeter vest for sentrum til konfidensellipsen i figur 7. De to ellipsene vil ligge nær inntil hverandre men knapt overlape. Statistisk sett er derfor de to løsningene signifikant forskjellige ved en feilslutningssannsynlighet rundt 5%.

Det er nærliggende å anta at det kan være systematiske effekter som ikke kommer fram i residualene fra utjevningene. Dette kan skyldes feil i parametrene som ble bestemt ved kalibrering av avstandsmåleren. Kalibrering ble imidlertid utført før og etter måleperioden og i tillegg av studenter med



Figur 6. Konfidensellipse (95 %) for Fløy 3. Totalstasjonsdata.



Figur 7. Konfidensellipse (95 %) for Fløy 3. Satellittdata.

samsvarende resultater. Kalibreringen bør derfor være trygg. Retningsmålingene er også godt kontrollerte. Det er derfor lite sannsynlig at det er gjenværende systematiske effekter i det terrestriske nettet.

For UMB Søyler er overensstemmelsen god horisontalt men dårligere i høyde der differansen er 5 millimeter, tabell 13. Standardavvikene på estimerte høyder er på 0.9 millimeter (tabell 11) terrestrisk og 1.5 millimeter (tabell 8) for satellitt. Ved å lage 95 % konfidensintervall for de to høydeverdiene blir det et lite overlapp. Differansen på 5 millimeter ligger da på grensen av det akseptable. Da er det ikke tatt hensyn til usikkerheten i bestemmelsen av loddavviket.

Siden det var relativt store uoverensstemmelser i Fløy 3 horisontalt ble det undersøkt om det kunne være flerveisinterferens (multipath) i satellittmålingene. Dette ble ikke påvist.

Konklusjon

Med en vanlig totalstasjon ble det målt et lokalt nett. Presisjonen i punktene ble bevart ved å benytte godt fundamenterte betongsøyler med tvangssentrering. Ved å kalibrere avstandsmåleren og å være nøye med de enkelte operasjonene er det mulig å oppnå en nøyaktighet rundt 1 millimeter i betydning standardavvik på koordinatene. Dette gjelder innenfor avstander på 150 meter. Nøyaktighet i de enkelte operasjonene oppnås ved

bruk av sikteskiver for retningsmåling, god insikting av prisme mot totalstasjonen for avstand, nøyaktighet ved måling av instrument- og siktehøyder etc. I tillegg må virkningen av loddavviket ivaretas.

For ekstra kontroll ble det målt satellittvektorer. Satellittvektorene stemte svært godt overens innbyrdes, men det var dårligere overensstemmelse med de terrestriske målingene enn forventet.

En lokal Gauss-Krüger projeksjon ble benyttet i Euref89 datum. Projeksjonen er definert når origo for den lokale projeksjonen er gitt. Lokal projeksjonen er optimalt med hensyn på minst mulig fortegningskorreksjoner. Regning mellom Euref89 og lokal projeksjon ble gjort med kartprojeksjonsformlene via geografiske koordinater. Dette fungerte uproblematisk.

Litteratur

- [1] Mathisen, Olav: Den gaussiske projeksjon. Institutt for landmåling 1991. Landbruksbokhandelen. 72 sider.
- [2] Leick, Alfred: GPS satellite surveying. John Wiley & Sons. 2004. 435 sider. ISBN 0-471-05930-7.
- [3] Grindheim, Øyvind: Presisjonsmåling med standard utstyr av permanent referansestasjon ved UMB. Mastergradsoppgave 2006. Universitetet for miljø- og biovitenskap.