

# Absolutte tyngdemålinger i det 21. århundre

## Bidrag til permanente GPS nettverk, referanserammer og satellittgravimetri

Kristian Breili

Vitenskapelig bedømt (refereed) artikkel

*Kristian Breili: The role of absolute gravity measurements in the 21<sup>st</sup> century: Contributions to permanent GPS networks, terrestrial reference frames, and satellite gravity missions*

KART OG PLAN, Vol. 71, pp. 133–144, P.O.B. 5003, NO-1432 Ås, ISSN 0047-3278

Absolute gravimetry can be vital to solving many of the challenges modern geodesy faces at the beginning of the 21<sup>st</sup> century. This is due to the absolute gravimeters' independence from external reference frames. This property makes absolute gravimeters unique among geodetic instruments and ensures consistency among gravity observations collected at different locations and at different epochs. The consistent gravity observations provide information on the time-dependent mass distribution of the Earth system and the geophysical processes which introduce variation in the gravity field. Combined with GNSS, absolute gravity observations have been used, for example, to study the viscoelastic profile of the Earth and glacial isostatic adjustment, to calibrate geometrical reference frames, and to observe mass changes of glaciers and ice sheets. In addition, absolute gravity observations are essential for validating satellite gravimeters.

*Key words:* Absoluttgravimetri, GNSS, landheving, GIA.

*Kristian Breili*, Geodesidivisjonen, Statens kartverk, Kartverksveien 21, NO-3507 Hønefoss.  
E-mail: kristian.breili@statkart.no

### Introduksjon

I denne artikkelen vil jeg redegjøre for hvordan absolutte tyngdemålinger kan bidra til å løse noen av de problemstillingene moderne geodesi står ovenfor ved inngangen til det 21. århundre. Jeg har her valgt å fokusere på naturvitenskaplige problemstillinger. Etter min mening utgjør disse i dag en vesentlig del av både norsk og internasjonal geodesi. Eksempler på naturvitenskaplige problemstillinger som faller innenfor geodesien er blant annet bestemmelse av jordas viskoelastiske struktur, studier av belastningsfenomener, observasjon og modellering av landheving, bestemmelse av jordskorpedeformasjoner som følge av avsmelting fra isbreer, studier av platetektonisk bevegelse og ikke minst studier av effekter som skyldes klimaendringer (Bradley et al., 2009; Lysaker et al. 2008; Breili, 2009a; Breili & Pettersen, 2009; Milne et al., 2001; Lidberg et al., 2007; Kierulf et al., 2009; Khan et al., 2010; Mitrovica et al., 2001;

Mitrovica et al., 2009; Velicogna, 2009; Beavan et al., 2002).

Geodesiens dreining mot naturvitenskaplige og geofysiske problemstillinger skyldes blant annet utviklingen de geodetiske måleteknikkene, deriblant gravimetri, har gjennomgått de siste tiårene. Introduksjonen av de romgeodetiske måleteknikkene har gjort geodesien global. Målingene har blitt mer nøyaktige. Tidsserier har rukket å bli lange. Og ikke minst har observasjonene blitt flere. Alt dette gjør de geodetiske måleteknikkene velegnet til å observere det dynamiske jordsystemet. Gjennom denne utviklingen har også kravene til referanserammen økt. I dag må en referanseramme tillate høypresis stedfesting på sub-centimeternivå, men enda viktigere for mange naturvitenskaplige problemstillinger er det at referanserammen er stabil over tiår så vel som århundrer. Bare med en langtidsstabil referanseramme kan vi virkelig fastslå hvorvidt observerte endringer er faktiske endringer i jordsystemet

eller resultater av en ustabil referanse. Langtidsstabile referanserammer kan kun realiseres dersom de geofysiske prosessene som deformerer jordskorpa og referanserammen er fullt ut forstått og beskrevet. Det er derfor naturlig at geodesien har tatt til seg mange av de tradisjonelt sett geofysiske problemstillingene og gjort dem til sine egne.

Absolutte tyngdemålinger er viktige i denne sammenhengen. De gir innsikt i jordas massefordeling som varierer med tiden på grunn av geofysiske prosesser. Ved å studere tyngdefeltet kan derfor kunnskap om de bakkenforliggende geofysiske prosessene oppnås. Absolutte tyngdemålinger er dessuten per i dag den eneste geodetiske observasjonsteknikken som er uavhengig av en ekstern referanseramme. Dette gjør teknikken enestående og velegnet til å validere og støtte andre referanseavhengige observasjonsteknikker slik som globale navigasjonssatellitter (GNSS). Med disse egenskapene bidrar absoluttgravimetri vesentlig til å løse moderne geodetiske problemstillinger.

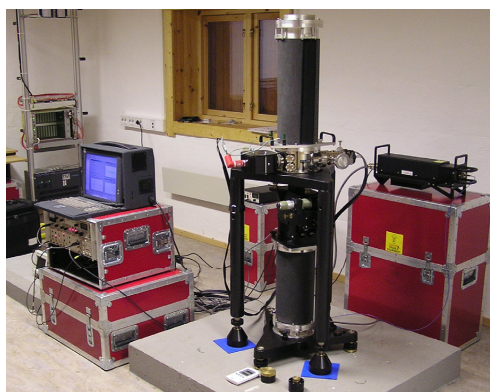
Resten av artikkelen er strukturert som følger. Først vil jeg diskutere virkemåten til et moderne absoluttgravimeter, hva som gjør måleteknikken enestående i geodetisk sammenheng, og samtidig gi en beskrivelse av hvordan de mest nøyaktige absolutte tyngdemålinger i dag kan utføres. Deretter vil jeg med utgangspunkt i teoretiske betraktninger og faktiske målinger illustrere hvordan absolutte tyngdemålinger kan kombineres med GNSS observasjoner. Det kombinerte datasettet har en rekke anvendelsesområder. Dette vil bli demonstrert i forhold til problemstillinger knyttet til havnivåendringer, bestemmelse av jordmodeller og kvantifisering av masseendringer på store isbreer som de vi finner på Grønland og i Antarktis. Avslutningsvis vil jeg drøfte samspillet mellom absolutte tyngdemålinger gjennomført på jordens overflate og gravitasjonsmålinger fra satellitter.

#### Absoluttgravimeterets virkemåte

Absolutte tyngdemålinger gjøres i dag blant annet med instrumenter av FG5-typen, se Fig. 1. Dette er instrumenter som benytter et svært enkelt måleprinsipp: Et testlegeme

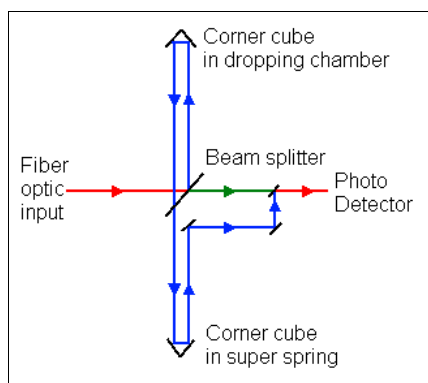
faller fritt inne i et vakuumkammer og tyngdens akselerasjon bestemmes fra tid og avstandsmålinger. Selv om måleprinsippet i seg selv er enkelt, er FG5-instrumentene svært komplekse; et glassprisme utgjør testlegemet mens en laser og en rubidiumoscillator benyttes til å observere testlegemets akselerasjon mot jorda.

Tyngdemålingene blir absolutte ved at de relateres til de samme standarder som definerer enhetene for tid og lengde (Niebauer, 2007). Dermed utgjør målesystemet til FG5 instrumentene sin egen referanse og instrumentet blir derfor uavhengig av eksterne referanserammer. Med et slikt målesystem vil målinger utført på forskjellige steder og til forskjellige tidspunkt være konsistente. Dette er helt nødvendig for å kunne observere langperiodiske variasjoner i jordas tyngdefelt. For eksempel danner landheving etter siste istid endringer i tyngdefeltet fra noen tidels til et par mikrogal ( $1 \mu\text{gal} = 10^{-8} \text{ m/s}^2$ , enheten gal er oppkalt etter Galileo Galilei) i året. Det kreves innsamling av observasjoner over flere år for å observere en så beskjeden endring i jordas tyngdefelt. I tillegg må observasjonene være konsistente. Per i dag er det bare instrumenter av FG5-typen som kan utføre slike målinger. Dersom det antas at målingene følger en hvit støymodell, vil raten kunne bestemmes med en usikkerhet på  $\pm 0.5 \mu\text{gal}/\text{år}$  fra fem til seks år med absolutte tyngdeobservasjoner (Steffen et al., 2009).



Figur 1: FG5-226, absoluttgravimeteret til Universitetet for miljø- og biovitenskap. Foto: Kristian Breili

For å observere små endringer i tyngdefeltet må målingene også være presise. Derfor er målesystemet utformet som et Mach Zender interferometer. Strålegangen gjennom instrumentet er illustrert i Fig. 2. Laserstrålen ledes til interferometeret ved hjelp av fiberoptikk. Først splittes laserstrålen i to, referansestrålen (grønn) og teststrålen (blå). Etter at laserstrålen har delt seg i to, fortsetter referansestrålen rett fram gjennom instrumentet til den treffer en lysfølsom detektor. Den andre strålen, teststrålen, reflekteres vertikalt opp i vakuumkammeret der den treffer testlegemet. Testlegemet sørger for å reflektere teststrålen vertikalt ned og tilbake til den møter et nytt prisme. Dette prismet er festet til en fjær som isolerer instrumentet mot mikroseismikk. Igjen blir teststrålen reflektert tilbake til interferometeret for rekonstruksjon med referansestrålen.



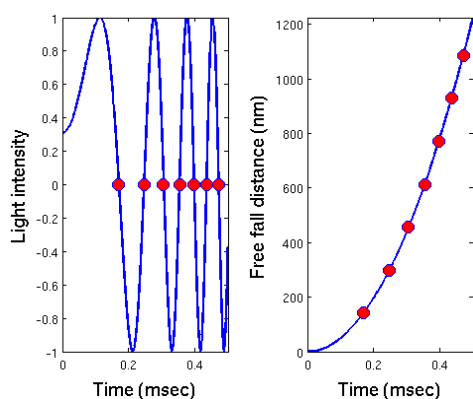
Figur 2: Figuren viser laserens strålegang inne i et FG5 absoluttgravimeter. Strålegangen danner et interferometer av Mach Zender typen.

Det er viktig å merke seg at lengden til teststrålen varierer med tiden ettersom testlegemet faller mot bakken. Lengden til referansestrålen er derimot konstant. Dermed vil faseforskjellen mellom de to laserstrålene variere kontinuerlig med tiden. Resultatet er at intensiteten til den rekonstruerte laserstrålen også varierer med tiden. Konstruktiv interferens (lysmaksima) oppstår når de to strålene er i fase med hverandre. Destruktiv interferens (utslokking) dannes når de to strålene er i motfase. Venstre del av Fig. 3 il-

lustrerer hvordan lysintensiteten varierer med tiden. De røde punktene markerer tidspunkt for destruktiv interferens. Høyre del av Fig. 3 viser hvordan testlegemets tilbakelegte avstand øker med tiden. Tidspunktene for destruktiv interferens er også her markert med røde punkter. Ut fra strålegangens geometri, framkommer det at testlegemet faller en vertikal avstand tilsvarende halve bølgelengden ( $\lambda = 630$  nanometer) til laseren mellom hvert tidspunkt destruktiv interferens oppstår. Disse punktene kan tidfestes med rubidiumoscillatoren slik at flere hundre tid/sted-par observeres for hvert enkelt dropp. Det er ut fra disse tid/sted-parene tyngdens akselerasjon estimeres. Typisk gjentas flere tusen dropp for å bestemme et steds absolutte tyngdeverdi.

Tyngdekraften varierer med tiden og tyngdemålingene må korrigeres for flere tidsvarierende effekter for å være gyldige utover selve observasjonstidspunktet. Rutinemessig korrigeres målingene for tidejord, tidevannets innvirkning (ocean tide loading), atmosfærisk loading og polvandring. Viktigste er tidejordskorrekksjonen som kan utgjøre mer enn  $\pm 100 \mu\text{gal}$ . Tidevannets innvirkning på tyngdemålingene er sterkt korrelert med tidevannets høyde og korrekksjonens størrelse avtar med økt avstand til havet. For kystnære stasjoner i Norge er den typisk av størrelse 5 til  $10 \mu\text{gal}$  nord for ca.  $60^\circ$  bredde der tidevannets amplitude kan være mer enn en meter. På Sør-Vestlandet, langs Sørlandskysten og i Oslofjordområdet er forskjellen mellom flo og fjære mindre. I disse områdene vil tidevannskorrekksjonen være fra neglisjerbar til noen få mikrogal. Polvandring virker inn på tyngdekraften gjennom jordas sentripetalakselerasjon. Gjennom et år kan denne korrekksjonen variere mellom  $-3$  og  $3 \mu\text{gal}$  i Norge. Korrekksjonen for atmosfærisk loading avhenger primært av det lokale lufttrykket på observasjonsstedet. En undersøkelse gjennomført i Trysil viste at den gjennom et år varierte med  $\pm 10 \mu\text{gal}$  (Breili, 2009b). I tillegg påvirker lokale fenomener som varierende grunnvannstand og snødekke målingene. På enkelte steder kan variasjon i disse størrelsene skape sesongvariasjoner i tyngdemålingene av størrelsesorden flere titalls mikrogal. Hy-

drologiske korreksjoner kan beregnes fra målinger av grunnvann og snødekke. Alternativt kan virkningen på en tidsserie av tyngdemålinger reduseres ved å kun benytte tyngdemålinger utført under like hydrologiske forhold. For lange tidsserier er en mulig løsning å benytte observasjoner gjort på samme tidspunkt på året (Breili & Pettersen, 2009). Dersom det påføres korreksjoner for alle de ovennevnte fenomenene, kan tyngdens akselerasjon bestemmes med 1 til 2  $\mu\text{gal}$  nøyaktighet ut fra frittfall-målinger.



Figur 3. Venstre: Kurven viser hvordan intensiteten til den rekonstruerte laserstrålen varierer de første 0.5 millisekund av frittfall-eksperimentet som følge av destruktiv og konstruktiv interferens. Høyre: Lengden prismet har falt øker med tiden. I begge figurene angir de røde markørene tidspunkt for destruktiv interferens.

FG5 instrumentene er mobile, men krever en viss infrastruktur for å kunne fungere. Først og fremst dreier dette seg om et godt fundamentert underlag og beskyttelse mot vær og vind. I Norge er det målt absolutt tyngde på 17 stasjoner illustrert i Fig. 4. Tabell 1 lister tyngdeverdiene for disse stasjonene. Generelt øker tyngdekraften med breddegraden. For de norske stasjonene skiller det ca. 800000  $\mu\text{gal}$  mellom nordligste stasjon i Honningsvåg og sørligste stasjon i Stavanger. I tillegg avtar tyngdekraften med høyden. Tyngdeverdiene i Tabell 1 utgjør en viktig referanse for detaljerte tyngdemålinger, kalibrering av relativgravimetre og validering

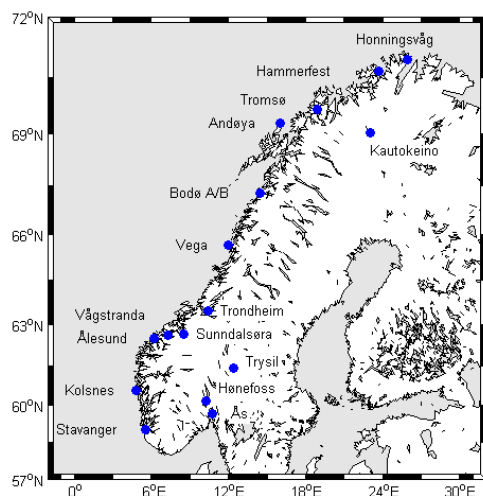
av gravitasjonssatellitter. På grunn av landheving vil verdien i målepunktene endre seg med tiden. Dersom denne raten er kjent kan nettverket brukes til å analysere landheving, bestemme jordas viskoelastiske struktur og kalibrere geometriske referanserammer.

Tabell 1. Tyngdeverdier for 17 norske stasjoner. Alle verdiene er referert til en høyde 1.20 m over stasjonens messingbolt. På grunn av landheving vil verdiene kunne endre seg med opptil 1  $\mu\text{gal}$  i året på enkelte av stasjonene. Verdiene er hentet fra Breili et al., (2010).

Stasjon	Tidspunkt	Tyngdeverdi ( $\mu\text{gal}$ )
Andøya	2005.560	982532300
Bodø – Asylhaugen	2007.106	982359939
Bodø – Bankgata	2005.554	982372234
Hammerfest	2006.491	982615904
Honningsvåg	2007.513	982660445
Hønefoss	2007.458	981900643
Kautokeino	2008.527	982454529
Kolsnes	2005.493	981972819
Stavanger-AA	2007.641	981832858
Sunnalsøra	2006.381	981896162
Tromsø	2009.532	982539909
Trondheim-AA	2008.499	982145996
Trysil	2008.391	981827002
Vega	2010.438	982340766
Vågstranda	2006.384	982074808
Ålesund	2008.731	982063297
Ås	2007.610	981884415

### Tyngdemålinger kombinert med GNSS observasjoner

I naturen er det gjerne slik at de prosessene som forårsaker geometriske deformasjoner av jordkloden også forårsaker endringer i tyngdefeltet og omvendt. Deformasjoner oppstår når en eller annen kraft får virke på jordskorpa. Kraften kan for eksempel være gravitasjonskrefter fra sol og måne eller normalkraften og gravitasjonskraften fra et legeme (for eksempel en isbre, grunnvann, snø, tidevann, vannreservoar) som hviler på



Figur 4. Det norske nettverket av stasjoner med absolutte tyngdeobservasjoner.

jordkloden. På en viskoelastisk jord vil de korresponderende endringene i tyngdefeltet typisk ha tre komponenter som skyldes; (1) Direkte tiltrekning fra sol, måne eller massen som hviler på jorda; (2) forskyvning av masser på og i jorda som et resultat av deformasjonene; og (3) forskyvning av observasjonspunktet i forhold til jordsenteret som et resultat av vertikale deformasjoner. For prosesser som virker over korte tidsrom modelleres jordkloden som et elastisk legeme. Da kan det antas at de tre komponentene er i fase med hverandre. Prosesser som virker over lange tidsskalaer (årtusener) modelleres derimot som viskoelastiske. For slike prosesser vil de ulike komponentene kunne være forskyvnet i tid i forhold til hverandre.

Et godt eksempel på en viskoelastisk prosess er fennoskandinavisk og nord-amerikansk landheving og tilhørende endringer i tyngdefeltet. Dette er effekter etter isbreene som dekte store deler av Nord-Europa og Nord-Amerika gjennom siste istid. Isen utøvde et enormt press på jordkroppen. Dette førte til at jordskorpa ble presset sammen og i tillegg ble masser i jordas mantel presset ut til siden for isen. Da isen startet å smelte for 10 000 år siden avtok også trykket på jordskorpa. Dermed begynte jordskorpa å rette seg ut, og masser i jordas indre kunne strømme tilbake under området som tidligere var

dekket av is. Prosessen pågår fortsatt og benevnes gjerne post glacial landheving eller Glacial Isostatic Adjustment (GIA).

Landheving og tilhørende endringer i jordens tyngdefelt kan observeres ved å gjøre gjentatte målinger slik at en tidsserie dannes. Figur 5 viser en GPS tidsserie og en tidsserie av absolutte tyngdemålinger fra Trysil. Målingene viser at landjorda stiger mens tyngdekraften avtar. Ved å tilpasse rette linjer gjennom observasjonene kan landhevingsraten og tyngdekraftens endringsrate bestemmes. I Trysil viser målingene at landjorda hever seg med  $10.1 \pm 0.15$  mm/år mens tyngdekraften avtar med  $1.19 \pm 0.07$   $\mu$ gal/år.

I Fennoskandia har praktisk talt all is etter siste istid smeltet. Dermed kan vi dele de GIA forårsakede endringene i tyngdefeltet inn i to komponenter. For det første avtar tyngdekraften som følge av tyngdefeltets negative gradient. Denne komponenten ( $\dot{g}_u$ ) kan bestemmes ved å multiplisere landhevingsraten ( $\dot{u}^v$ ) med tyngdefeltgradienten ( $-2g/a$ ) (i det videre indikerer prikk over variabler at variablene er tidsderivert).

$$(1) \quad \dot{g}_u = -\frac{2g}{a} \dot{u}^v$$

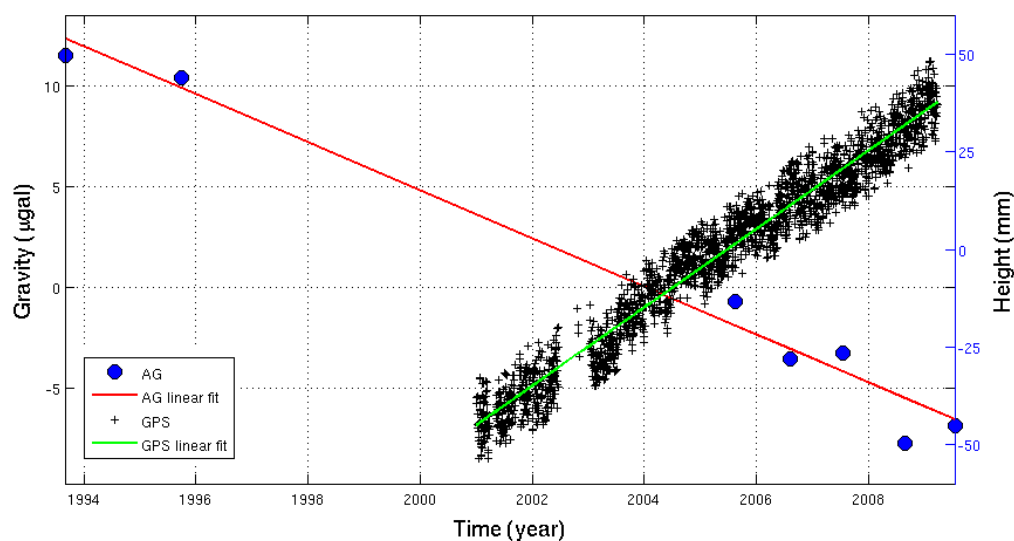
I sammenhengen ovenfor er  $g$  jordas tyngdeakselerasjon og  $a$  jordradien. Den andre GIA komponenten er et resultat av en viskøs strøm i jordas mantel som også gir endring i tyngdefeltet ( $\dot{g}_m^v$ ). Det kan vises at denne komponenten er tilnærmet proporsjonal med den viskøse landhevingsraten (Wahr et al., 1995).

$$(2) \quad \dot{g}_m^v \approx \frac{g}{a} \cdot \dot{u}^v$$

Ut fra Likning (1) og (2) er det klart at begge komponentene er tilnærmet lineært avhengige av den viskøse landhevingsraten. Kombinert gir dette en teoretisk sammenheng mellom tyngdekraftens endringsrate ( $\dot{g}$ ) og landhevingsraten.

$$(3) \quad \dot{g} = \dot{g}_u + \dot{g}_m^v \approx \left( -\frac{2g}{a} + \frac{g}{a} \right) \dot{u}^v \approx -0.15 \mu\text{gal} \cdot \dot{u}^v$$

Sammenhengen i Likning (3) kan brukes til å beregne landhevingsraten ut fra tyngdeobservasjoner. I Trysil blir den 7.9 mm/år. Sam-



Figur 5. Tidsserie av GPS og absolute tyngdemålinger i Trysil. Hver enkelt av de svarte markørene er beregnet fra et døgn med GPS observasjoner. Programvaren GIPSY og presis punktposisjonering er benyttet. De blå punktene er middelverdiene til tyngdeobservasjonskampanjer. For å redusere virkningen av varierende lokale hydrologiske forhold, er det her kun benyttet kampanjer gjennomført i sommerhalvåret. Hver enkelt kampanje inkluderte minimum et døgn med observasjoner.

menliknet med den GPS observerte raten, er forskjellen 2.2 mm/år. Trolig er raten fra GPS observasjonene for høy, jf. landhevingsrater presentert i for eksempel Vestøl (2006) og Johansson et al. (2002).

I motsetning til tyngdeobservasjonene avhenger GPS tidsserien av et eksternt referansesystem og valgte konvensjoner benyttet i GPS prosesseringen. Den høye raten i Trysil kan skyldes nettopp en referanseramme som ikke er stabil over tid i tillegg til at det er benyttet relative fasesenterkorreksjoner for mottaker- og satellittantenner. Velger vi å stole på Likning (3) og tyngdeobservasjonene, kan resultatene fra Trysil benyttes til å korrigere GPS observerte landhevingsrater på andre stasjoner innenfor den samme regionen. Dette forutsetter imidlertid at GPS observasjonene prosesseres under de samme konvensjoner som benyttet i Trysil. For eksempel er landhevingsraten i utgangspunktet 4.1 mm/år i Bergen. Korrigeres raten ved hjelp av avviket observert i Trysil, blir den korrigerte raten i Bergen 1.9 mm/år.

I Trysil kan GPS observasjonene også prosesseres ved å benytte absolute fasesenterkorreksjoner. Med slike korreksjoner vil landhevingsraten beregnet fra GPS tidsserien være 8.2 mm/år. Dette samsvarer bedre med estimatet fra tyngdemålingene og indikerer at absolute fasesenterkorreksjoner er å foretrekke framfor de relative som ble benyttet i Fig. 5. Eksempelet fra Trysil viser hvordan absolute tyngdemålinger kan brukes til å validere geometriske måleteknikker og konvensjonene benyttet i tilhørende prosessering. Også på denne måten bidrar absolute tyngdemålinger til å løse utfordringer knyttet til de geometriske referanserammene.

Gode landhevingsrater er viktige for blant annet analyse av havnivåendringer. Havnivået overvåkes i dag av flere hundre vannstandsmålere spredt over jordkloden. En av svakhetene ved dette målesystemet er at de måler relative havnivåendringer, det vil si havnivåendringer i forhold til referansepunkter på landjorda. Absolute havnivåendringer måles i forhold til jordsenteret og

kan beregnes dersom de relative havnivå-  
endringene korrigeres for landjordas verti-  
kalbevegelse. I Bergen viser vannstandsmå-  
leren at havet de siste 95 årene i gjennomsnitt  
har endret seg med  $-0.1 \pm 0.1$  mm/år relativt  
landjorda. Korrigert ved hjelp av GNSS obser-  
vert landheving blir den absolutte havstigningen  
i Bergen 1.8 mm/år eller 4.0 mm/år avhengig  
av om GNSS målingene kalibreres ved hjelp  
av tyngdeobservasjonene i Trysil eller ikke.  
Forskjellen er hele 2.2 mm/år. Dette utgjør  
så mye som 22 cm i et hundreårsperspektiv.  
Presise landhevingsrater er derfor ikke bare  
viktig for å beregne absolutte havnivåendringer,  
men også for å predikere framtidig havnivå.

Det er viktig å merke seg at eksemplene  
ovenfor er basert på virkelige målinger, men  
er gjort enkle for å tydeliggjøre prinsippene  
for hvordan absoluttgravimetri kan støtte  
GNSS. For virkelige anvendelser vil det være  
hensiktsmessig å inkludere målinger fra flere  
stasjoner og analysere nærmere årsakene  
til de høye landhevingsratene beregnet fra  
GNSS.

Mer grundige undersøkelser er gjort blant  
annet i Storbritannia der landhevingsrater  
kalibrert ved hjelp av absolutte tyngdemå-  
linger er benyttet til å bestemme jordas opp-  
bygging. Dagens jordmodeller forutsetter  
 gjerne at jorda består av en fast kjerne, en  
mantel med to viskøse lag, og en elastisk  
jordskorpe på toppen. Utfordringen er å be-  
stemme viskositeten til mantelen og jord-  
skorpas tykkelse. Dette kan gjøres ved å be-  
regne dagens landhevingsrate for ulike kom-  
binasjoner av disse størrelsene. De beregne-  
de landhevingsratene kan så sammenliknes  
med de observerte. Teferle et al. (2009) be-  
nyttter ulike GPS prosesseringsstrategier til  
å beregne hastighetsfelt for Storbritannia.  
Forbedret samsvar mellom de ulike GPS løs-  
ningene oppnås ved å påføre korreksjoner  
beregnet fra tyngdeobservasjoner. Bradley et  
al. (2009) går et steg videre og bruker de  
samme hastighetsfeltene til å bestemme en  
jordmodell. I denne analysen demonstreres  
et godt samsvar mellom det vertikale hastig-  
hetsfeltet og hastighetsfelt beregnet fra GIA  
modeller. Konklusjonen er at hastighetsfel-  
tet først og fremst er følsomt for viskositeten  
til det øvre laget i mantelen.

En annen spennende anvendelse av abso-  
lutte tyngdemålinger knytter seg til landhe-  
ving i områder der det i dag pågår avsmel-  
ting fra isbreer. Eksempler på slike områder  
er Grønland (Khan et al., 2010), Svalbard  
(Kierulf et al., 2009) og deler av Antarktis.  
Også i slike områder kan landhevingen deles  
i to komponenter; GIA etter siste istid og  
jordskorpas elastiske respons på dagens av-  
smelting. Utfordringen er å skille de to effek-  
tene fra hverandre. Dersom den elastiske  
komponenten isoleres, kan den brukes til å  
bestemme nåtidens massebalanse til isbreer  
i regionen. Wahr et al. (1995) og Wahr & Han  
(1998) presenterer en metode der absolutte  
tyngdeobservasjoner kombineres med GNSS  
observasjoner for å skille de to komponente-  
ne. La landhevingsraten ( $\dot{u}$ ) og endringsra-  
ten til tyngdekraften ( $\dot{g}$ ) være

$$(4) \quad \dot{u} = \dot{u}^v + \dot{u}^e$$

$$(5) \quad \dot{g} = \dot{g}^v + \dot{g}^e$$

Her markerer høy indeks  $v$  og  $e$  henholdsvis  
viskoelastisk og elastisk komponent. De vis-  
koelastiske komponentene skyldes GIA som  
følge av endringer i isutbredelse opp gjen-  
nom historien. De elastiske komponentene  
representerer jordas respons på nåtidens  
forandring i isvolum. Endringsraten for  
tyngdekraften kan dekomponeres ytterlige-  
re.

$$(6) \quad \dot{g} = \dot{g}_m^v + \dot{g}_m^e + \dot{g}_u^v + \dot{g}_u^e$$

Lav indeks  $m$  markerer komponentene som  
skyldes omfordeling av masser. Indeks  $u$   
markerer endring i tyngdekraften som skyl-  
des vertikal forskyvning av observasjons-  
punktet. De to komponentene  $\dot{g}_u^e$  og  $\dot{g}_u^v$  kan  
samles i en komponent  $\dot{g}_u$  som bestemmes  
ved å multiplisere observert landheving  
med tyngdefeltets gradient, jf Likning (1).  
Samtidig er komponent  $\dot{g}_m^e$  av liten betyd-  
ning dersom det antas at tyngdeobservasjo-  
nene ikke utføres i nærheten av isbreene. Til  
sammen gir dette følgende forenklede ut-  
trykk for  $\dot{g}_m^v$ .

$$(7) \quad \dot{g}_m^v \approx \dot{g} - \dot{g}_u$$

Ligning (2) viser at  $\dot{g}_m^v$  er proporsjonal med  $\dot{u}^v$ . Dermed kan vi skrive

$$(8) \quad \dot{u}^v \approx \frac{a}{g} (\dot{g} - \dot{g}_u).$$

$\dot{g}_u$  kan substitueres med uttrykket i Likning (1). Innsatt i (4) gir dette elastisk landheving fra GNSS og tyngdeobservasjoner.

$$(9) \quad \dot{u}^e \approx -\dot{u} - \frac{a}{g} \dot{g}$$

Sammenhengen gitt i Likning (9) er ennå ikke utprøvd med virkelige observasjoner i Antarktis, på Grønland eller Svalbard. Dette skyldes mangel på gode absolutte tyngdeobservasjoner fra disse områdene.

### Absolutte tyngdemålinger og satellittgravimetri

I dag observeres jordas gravitasjonsfelt også ved hjelp av satellitter. Spesielt viktige er de to gravimetrisatellittene GRACE og GOCE. Tvillingsatellitten GRACE har siden april 2002 levert månedlige løsninger av jordas gravitasjonsfelt. Disse feltene har en romlig oppløsning på ca. 300 km og kan brukes til å studere tidsvariasjoner i jordas tyngdefelt. European Space Agency (ESA) sendte i mars 2009 opp satellitten GOCE som er den mest avanserte gravitasjonssatellitten som hittil er bygd. Satellitten vil gi oss en konsistent global modell av den statiske delen av gravitasjonsfeltet med 1 mgal ( $=10^{-5} \text{ m/s}^2$ ) nøyaktighet og 70 km romlig oppløsning. Dette svarer til en geoide med 1 cm nøyaktighet for den samme romlige oppløsningen (Seeber, 2003). Dette gravitasjonsfeltet vil utgjøre en viktig referanse for geoidebestemmelse, studier av havstrømmer, høydebestemmelse og utforskning av jordas indre.

Det er viktig å være klar over at det er flere konseptuelle forskjeller mellom det å gjøre tyngdeobservasjoner på bakken og fra lav jordbane. For det første observerer et bakkebasert gravimeter jordas *tyngdefelt* mens en satellitt observerer jordas *gravitasjonsfelt*. Forskjellen er at tyngdefeltet også inkluderer sentripetalakselerasjonen som oppstår på grunn av jordas rotasjon om sin egen ak-

se. Gravitasjonsfeltet derimot er kun et resultat av jordas og nærliggende himmellegemers masser. Effekten av jordrotasjon er størst ved ekvator der den utgjør 0.3 prosent av tyngdens akselerasjon.

Viktig er det også at gravitasjonssatellittene observerer en glattet utgave av gravitasjonsfeltet. Dette skyldes at gravitasjonskraften avtar proporsjonalt med kvadratet av avstanden til massen, jf. Newtons gravitasjonslov. Absolutte tyngdemålinger er dessuten punktmålinger som er sterkt påvirket av lokale fenomener slik som grunnvannstand, snødybde og tetthetsanomalier i jordas indre. Gravimetrisatellittene midler derimot gravitasjonsfeltet over et større område. Dette har både styrker og svakheter; gravimetrisatellittene gir oss et helhetsbilde av jordas gravitasjonsfelt, men samtidig forsvinner de minste detaljene.

Satellittgravimetri og bakkebaserte tyngdemålinger er dessuten følsomme for ulike forandringer i jordas tyngdefelt. Fra Likning (3) framkommer det at et absoluttgravimeter er følsomt for både masseendringer og vertikale deformasjoner av jordskorpa. Gravimetrisatellittene er derimot kun følsomme for masseendringer. Vi skal nå se nærmere på to tilfeller hvor denne konseptuelle forskjellen er viktig å ta hensyn til.

Det første tilfellet gjelder endringer i tyngdefeltet som skyldes landheving. I Trysil observerer absoluttgravimeteret at tyngdekraften endrer seg med  $-1.2 \mu\text{gal}/\text{år}$ . Av dette utgjør massekomponenten ca.  $1.2 \mu\text{gal}/\text{år}$ , jf. Likning (3). Det er massekomponenten gravitasjonssatellittene er følsomme for. I Trysil vil altså gravitasjonssatellitter observere at gravitasjonskraften øker med tiden, mens absoluttgravimeteret observerer at tyngdekraften avtar. Begge observerer tallverdien  $1.2 \mu\text{gal}/\text{år}$ , men med motsatt fortegn. Det er viktig å ta hensyn til denne forskjellen dersom absolutte tyngdemålinger benyttes til å validere og kalibrere resultater basert på observasjoner fra gravimetrisatellitter. Dette er gjort i Steffen et al. (2009). Her utnyttes tidsserier av absolutte tyngdeobservasjoner fra seks stasjoner i Skandinavia til å validere satellitten GRACE. For hver enkelt stasjon sammenlignes tyngdekraftens endringsrate beregnet fra absolutte tyngdemå-



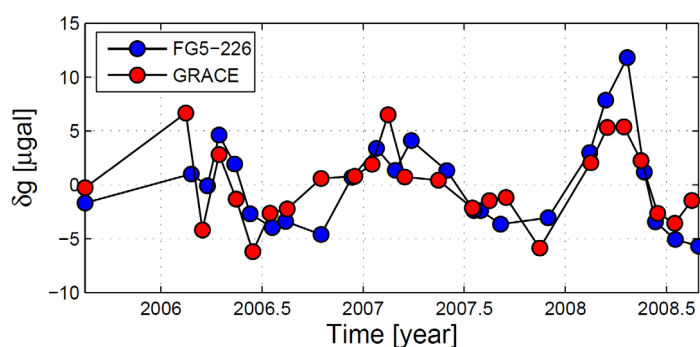
linger med endringsraten beregnet fra GRACE månedlige gravitasjonsfelt. Imidlertid må det ene datasettet korrigeres for effekten av geometrisk landheving før en slik sammenlikning kan finne sted. I denne studien ble et GPS hastighetsfelt benyttet til å beregne effekten av vertikale deformasjoner. Deretter kunne effekten adderes til raten beregnet fra GRACE. De resulterende ratene ble først brukt til å evaluere kvaliteten til GRACE løsninger fra forskjellige analysecentre. Gjennom sammenlikning med absolutte tyngdemålinger ble det fastslått at kun løsningen fra tyske Geoforschungszentrum (GFZ) på det nåværende tidspunkt er velegnet for studier av GIA i Fennoskandia. Med GFZ sin løsning er overensstemmelsen på flere av observasjonspunktene god. Stasjonene København, Kiruna, Mårtsbo og Metsähovi viste best samsvar. Der skilte det fra  $-0.06$  til  $0.12$   $\mu\text{gal}/\text{år}$  mellom ratene beregnet fra GRACE og absoluttgravimetri. De største avvikene ble funnet for stasjonene Vaasa og Skellefteå der det skilte henholdsvis  $-0.71$  og  $-0.76$   $\mu\text{gal}/\text{år}$ . De største avvikene opptrer i områder der tyngdekraftens endringsrate viser stor variasjon over relativt korte avstander. For eksempel viser absolutte tyngdemålinger at tyngdekraftens endringsrate varierer med  $1$   $\mu\text{gal}/\text{år}$  mellom stasjonene i Kiruna, Vaasa og Skellefteå, mens variasjonen i GRACE ratene utgjorde bare  $0.19$   $\mu\text{gal}/\text{år}$ . Det varierende samsvaret viser at GRACE ikke har tilstrekkelig romlig oppløsning til å fange opp variasjonen til GIA signalet like godt som nettverket av absolutte tyngdemålinger.

Også endringer i jordas tyngdefelt som oppstår på grunn av variasjoner i jordas hydrologiske syklus er assosiert med små vertikale jordskorpedeformasjoner. Disse deformasjonene gir en andreordens effekt i tyngdeobservasjoner utført på jordens overflate (jf. Likning 1), som ikke påvirker tyngdeobservasjoner utført fra lav jordbane. Effekten kan beregnes ved hjelp av *load Love tall*. Dette er koeffisienter teoretisk bestemt fra jordas elastiske egenskaper. De oppretter en sammenheng mellom endringene i tyngdepotensialet som skyldes masseforflytninger og de resulterende deformasjonene (Farrell, 1972). Neumeyer et al. (2006) demonstrerer

hvordan effekten av deformasjonene kan beregnes ved hjelp av load Love tall og gravitasjonspotensialet observert av GRACE. Etter at den beregnede effekten er addert tilbake til GRACE observasjonene blir de direkte sammenlignbare med bakkeobservasjoner. Metoden er anvendt på tidsserien av månedlige GRACE løsninger fra Trysil illustrert i Fig. 6. I den samme figuren er også en tidsserie av absolutte tyngdeobservasjoner fra Trysil plottet. Samvariasjonen mellom de to datasettene er påfallende. Begge viser tydelige sesongvariasjoner som i hovedsak skyldes varierende snødekke og endringer i grunnvannstanden.

Det gode samsvaret mellom absolutte tyngdemålinger i Trysil og GRACE observasjoner demonstrerer at den romlige oppløsningen til GRACE er tilstrekkelig for å fange opp det varierende signalet fra snø og grunnvann innenfor en begrenset region som Skandinavia. Den gode romlige oppløsningen til GRACE er benyttet i en lang rekke anvendelser til å overvåke endringer i jordas tyngdefelt. Eksempler er studier av landheving, analyse av hydrologisk loading, analyse av flom i Amazonasjungelen, bestemmelse av isbreers massebalanse i Alaska, analyse av jordskjelvet nær Sumatra i desember 2004, og kvantifisering av avsmelting fra Grønland og Antarktis (Steffen et al., 2008, 2009; Neumeyer et al., 2006; Swenson et al., 2006; Crowley et al., 2008; Arendt et al., 2008; Luthcke et al., 2008; Han et al., 2006, Barletta et al., 2008; Velicogna, 2009)

Absoluttgravimetri er også tiltenkt en rolle for å validere satellitten GOCE. GOCE vil benytte akselerometre til å bestemme gravitasjonsfeltets gradient. Gradienten kan uttrykkes ved hjelp av en  $3 \times 3$  tensor der hvert element representerer den dobbeltderiverte av gravitasjonspotensialet langs en retning i rommet. For validering må enten GOCE dataene føres ned til landjorda (downward continuation) eller bakke-dataene føres opp til satellitten (upward continuation). Det førstnevnte problemet er krevende å løse. Problemet har ingen unik løsning, og kan bare løses ved hjelp av tilleggsinformasjon og betingelser. Det andre problemet er mulig å løse ved en metode beskrevet i Wolf & Denker (2005). Metoden er basert på at tyngdeanomalier ob-



Figur 6. Tidsserier av absolutte tyngdemålinger og månedlige GRACE løsninger for Trysil (observasjonenes langtidsrend er fjernet fra tidsseriene).

serveres på landjorda. Dette kan gjøres ved for eksempel å benytte relativgravimetre til å fortette et nettverk av stasjoner hvor det er målt absolutt tyngde. Deretter beregnes gravitasjonsforstyrrelsen (disturbing potential – avviket fra normalt tyngdepotensialet) i GOCE sine observasjonspunkter ut fra tyngdeanomalierne. Videre kan gravitasjonsforstyrrelsene deriveres to ganger for å bestemme gradienten. Disse beregnede størrelsene korresponderer til elementene i gradienttensoren observert av akselerometrene om bord på GOCE.

### Oppsummering

Gjennom artikkelen er det beskrevet hvordan absolutte tyngdemålinger kan spille viktige roller i forhold til å løse noen av de utfordringene moderne geodesi står ovenfor ved starten av det 21. århundre. Dette knytter seg til både observasjon og forståelse av rene geofysiske prosesser, referanserammeproblematikk og i tillegg vil absolutte tyngdemålinger være til støtte for å validere og kalibrere gravimetrisatellitter.

Per i dag representerer FG5 instrumentene det ypperste innen absoluttgravimetri. Til tross for dette har instrumentet likevel åpenbare svakheter med sine mange mekaniske deler og komplekse oppbygging. Det er å håpe på at fremtiden vil bringe instrumenter som er mindre utsatt for mekanisk slitasje. Slike instrumenter vil muliggjøre kontinuerlig overvåking av et steds absolutte

tyngdeverdi. De siste årene er det konstruert enkelte eksperimentelle instrumenter der FG5s makroskopiske testlegeme er erstattet av enkeltatomer som faller og akselereres av tyngdekraften i vakuum. Disse instrumentene er langt fra enklere og billigere enn dagens instrumenter, men vil kanskje kunne åpne en helt ny æra innen absoluttgravimetri. I mellomtiden vil FG5 instrumentene gjøre jobben slik at observasjonene stadig blir flere og tidsseriene lengre.

### Takk

Takk til Oddgeir Kristiansen og Halfdan P. Kierulf, Statens kartverk, som har beregnet GPS tidsseriene diskutert i teksten og illustrert i Fig. 5.

### Referanser

- Arendt, A.A., Luthcke, S.B., Larsen, C.F., Abdalati, W., Krabill, W.B., and Beedle, M.J., 2008. Validation of high-resolution GRACE mascon estimates of glacier mass changes in the St Elias Mountains, Alaska, USA, using aircraft laser altimetry, *Journal of Glaciology*, 54(188), 778–787.
- Barletta, V.R., Sabadini, R., and Bordon, A., 2008. Isolating the PGR signal in GRACE data: impact on mass balance estimates in Antarctica and Greenland, *Geophysical Journal International*, 172, 18–30.
- Beavan, J., Tregoning, P., Bevis, M., Kato, T., and Meertens, C., 2002. Motion and rigidity of the Pacific Plate and implications for plate boundary

- deformation, *Journal of Geophysical Research*, 107(B10), 2261, doi: 10.1029/2001JB000282.
- Bradley, S.L., Milne, G.A., Teferle, F.N., Bingley, R.M., and Orliac, E.J., 2009. Glacial isostatic adjustment of the British Isles: new constraints from GPS measurements of crustal motion, *Geophysical Journal International*, 178, 14–22, doi: 10.1111/j.1365-246X.2008.04033.x.
- Breili, K., 2009a. Ocean tide loading at elevated coastal gravity stations, *Kart og Plan*, 69(3), 151–164.
- Breili, K., 2009b. Investigations of surface loads of the Earth – geometrical deformations and gravity changes, Ph.D. thesis, Universitetet for miljø- og biovitenskap, ISBN 978-82-575-0892-0.
- Breili, K. and Pettersen, B.R., 2009. Effects of surface snow cover on gravimetric observations, *Journal of Geodynamics*, 48, 16–22.
- Breili, K., Gjevestad, J.G., Lysaker, D.I., Omang, O.C.D., and Pettersen, B.R., 2010. Absolute gravity values in Norway, *Norsk Geografisk Tidsskrift – Norwegian Journal of Geography*, 64, 79–84.
- Crowley, J.W., Mitrovica, J.X., Bailey, R.C., Tamisiea, M.E., and Davis, J.L., 2008. Annual variations in water storage and precipitation in the Amazon Basin, *Journal of Geodesy*, 82(1), 9–12.
- Farrell, W.E., 1972. Deformation of the Earth by Surface Loads, *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 10(3), 761–797.
- Han, S.-C., Shum, C.K., Bevis, M., Chen, J., and Kuo, C.-Y., 2006. Crustal Dilatation Observed by GRACE After the 2004 Sumatra-Andaman Earthquake, *Science*, 313(5785), 658–662.
- Johansson, J.M., Davis, J.L., Scherneck, H.G., Milne, G.A., Vermeer, M., Mitrovica, J.X., Bennett, R.A., Jonsson, B., Elgered, G., Elósegui, P., Koivula, H., Poutanen, M., Rönnäng, B.O., and Shapiro, I.I., 2002. Continuous GPS measurements of postglacial adjustment in Fennoscandia I. Geodetic results, *Journal of Geophysical Research*, 107(B8), 2157, doi:10.1029/2001JB000400.
- Khan, S.A., Wahr, J., Bevis, M., Velicogna, I., and Kendrick, E., 2010. Spread of ice mass loss into northwest Greenland observed by GRACE and GPS, *Geophysical Research Letters*, 37(L06501), doi: 10.1029/2010GL042460.
- Kierulf, P.H., Plag, H.-P., and Kohler, J., 2009. Surface deformation induced by present-day ice melting in Svalbard, *Geophysical Journal International*, 179, 1–13, doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04322.x.
- Lidberg, M., Johansson, J.M., Scherneck, H.G., and Davis, J.L., 2007. An improved and extended GPS-derived 3D velocity field of the glacial isostatic adjustment (GIA) in Fennoscandia, *Journal of Geodesy*, 81, 213–230, doi: 10.1007/s00190-006-0102-4.
- Luthcke, S.B., Arendt, A.A., Rowlands, D.D., McCarthy, J.J., and Larsen, C.F., 2008. Recent glacier mass changes in the Gulf of Alaska region from GRACE mascon solutions, *Journal of Glaciology*, 54(188), 767–777.
- Lysaker, D.I., Breili, K., and Pettersen, B.R., 2008. The gravitational effect of ocean tide loading at high latitude coastal stations in Norway, *Journal of Geodesy*, 82, 569–583.
- Milne, G.A., Davis, J.L., Mitrovica, J.X., Scherneck, H.G., Johansson, J.M., Vermeer, M., and Koivula, H., 2001. Space-Geodetic Constraints on Glacial Isostatic Adjustment in Fennoscandia, *Science*, 291, 2381–2385.
- Mitrovica, J.X., Tamisiea, M.E., Davis, J.L., and Milne, G.A., 2001. Recent mass balance of polar ice sheets inferred from patterns of global sea-level change, *Science*, 409, 1026–1029.
- Mitrovica, J.X., Gomez, N., and Clark, P.U., 2009. The Sea-Level Fingerprint of West Antarctic Collapse, *Science*, 323, 753.
- Neumeyer, J., Barthelmes, F., Dierks, O., Flechtner, F., Harnisch, M., Harnisch, G., Hinderer, J., Imanishi, Y., Kroner, M., Meurers, B., Petrovic, S., Reigber, C., Schmidt, R., Schwintzer, P., Sun, H.P., and Virtanen, H., 2006. Combination of temporal gravity variations resulting from superconducting gravimeter (SG) recordings, GRACE satellite observations and global hydrology models, *Journal of Geodesy*, 79, 573–585.
- Niebauer, T., 2007. Gravimetric Methods – Absolute Gravimeter: Instruments Concepts and Implementation, in *Geodesy*, edited by T. Herring & G. Schubert, vol. 3 of *Treatise on Geophysics*, pp. 43–64, Elsevier, ISBN 978-0-444-53460-6.
- Seeber, G., 2003. *Satellite Geodesy*, 2nd completely revised and extended edition, Walter de Gruyter, 2nd edn., ISBN 3-11-017549-5.
- Steffen, H., Denker, H., and Müller, J., 2008. Glacial isostatic adjustment in Fennoscandia from GRACE data and comparison with geodynamical

- cal models, *Journal of Geodynamics*, 46, 155–164.
- Steffen, H., Gitlein, O., Denker, H., Müller, J., and Timmen, L., 2009. Present rate of uplift in Fennoscandia from GRACE and absolute gravimetry, *Tectonophysics*, 474, 69–77.
- Swenson, S., Yeh, P. J.-F., Wahr, J., and Femiglietti, J., 2006. A comparison of terrestrial water storage variations from GRACE with in situ measurements from Illinois, *Geophysical Research Letters*, 33, L16401.
- Teferle, F.N., Bingley, R.M., Orliac, E.J., Williams, S.D.P., Woodworth, P.L., McLaughlin, D., Baker, T.F., Shennan, I., Milne, G.A., Bradley, S.L. and Hansen, D.N., 2009. Crustal motions in Great Britain: evidence from continuous GPS, absolute gravity and Holocene sea level data, *Geophysical Journal International*, 178, 23–46.
- Velicogna, I., 2009. Increasing rates of ice mass loss from the Greenland and Antarctic ice sheets revealed by GRACE, *Geophysical Research Letters*, 36, L19503.
- Vestøl, O., 2006. Determination of postglacial land uplift in Fennoscandia from leveling, tide-gauges and continuous GPS stations using least squares collocation, *Journal of Geodesy*, 80, 248–258.
- Wahr, J. and Han, D., 1998. Geodetic Techniques for Estimating Changes in Polar Ice, in *Dynamics of the Ice Age Earth: A Modern Perspective*, edited by P. Wu, vol. 3–4 of *GeoResearch Forum*, pp. 497–508, Trans Tech Publications, Switzerland.
- Wahr, J., DaZhong, H., and Trupin, A., 1995. Predictions of Vertical Uplift Caused by Changing Polar Ice Volumes on a Viscoelastic Earth, *Geophysical Research Letters*, 22(8), 977–980.
- Wolf, K.I. and Denker, J., 2005. Upward Continuation of Ground Data for GOCE Calibration / Validation Purposes, in *Gravity, Geoid and Space Missions – GGSM2004*, IAG Int. Symp., Porto, Portugal, 2004, edited by C. Jekeli, L. Bastos, and J. Fernandes, vol. 129 of IAG Symp., pp. 60–65, Springer Berlin Heidelberg New York.

---

## Nekrolog

---

### Daniel Emil Rogstad

Daniel Emil Rogstad døde den 21. mars etter en tids sykdom.

Daniel Rogstad ble født i Oslo den 9. august 1940 og tok juridisk embetseksamen i samme by 27 år senere. Han jobbet som dommerfullmektig, arbeidet i Kommunaldepartementet og ved Universitetet i Oslo før han ble kallet til Ås i 1975. Han ble ved Universitetet for miljø- og biovitenskap til han gikk av med pensjon i 2010. I løpet av denne perioden ble han oppnevnt til professor i 1999 og arbeidet to år som rådgiver i Miljøverndepartementet. Her var hans hovedoppgave å utvikle plan- og bygningslov av 1985.

Daniel Rogstad går inn i rekken av mange dyktige juridiske lærere ved universitetet. Han fant ro til faglig arbeid i et lite, mangfoldig og aktivt fagmiljø. Daniel var glad i diskusjoner med folk fra ulike faglige ståsteder, men framsto som en tydelig jurist. Han var klar på at jussen måtte utvikle seg på egne



faglige premisser selv på et lærested med et lite juridisk fagmiljø.

Denne teksten er de første linjene i minneord skrevet av «Venner og kolleger på Institutt for landskapsplanlegging».

I *Kart og Plan* nr. 3 2010 Festskrift Daniel Rogstad, står en lengre omtale signert Einar Bergsholm. Se sidene 231 og 232.